

№ 14.У26.31.0006) для научных исследований под руководством ведущих ученых.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Самарский А. А. *Теория разностных схем*. – М.: Наука, 1977.
2. Хермандер Л. *Линейные дифференциальные операторы с частными производными*. – М.: Мир, 1965.
3. Рогозина М. С. *Устойчивость многослойных разностных схем и амёбы алгебраических гиперповерхностей* // Журнал СФУ. Математика и физика. – 2012. – Т. 5. – № 2. – С. 256–263.
4. Рогозина М. С. *Устойчивость многослойных неоднородных разностных схем и амёбы алгебраических гиперповерхностей* // Вестник СибГАУ. – 2013. – Т. 49. – Вып. 3. – С. 95–99.

А. А. Саламатин, А. Г. Егоров

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
arthouse131@rambler.ru, egorov2@ksu.ru*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ СУШКИ АЭРОГЕЛЯ

Аэрогели – уникальные по своей структуре и свойствам материалы, представляющие собой гель, в котором жидкая фаза полностью замещена газообразной. Такие материалы обладают рекордно низкой плотностью (пористость свыше 90%) и демонстрируют ряд уникальных свойств: твёрдость, прозрачность, жаропрочность, чрезвычайно низкую теплопроводность и т. д. Распространены аэрогели на основе аморфного диоксида кремния, глинозёмов, а также оксидов хрома и олова. По структуре

аэрогели представляют собой древовидную сеть из объединенных в кластеры наночастиц размером 2 – 5 нм и пор размерами до 100 нм.

Одним из способ замещения жидкой фазы на газообразную является сверхкритическая сушка, во время которой жидкий этанол в геле в силу взаимной диффузии замещается CO_2 , омывающим гель и находящимся в сверхкритическом (жидком) состоянии. Завершается процесс постепенным понижением давления до атмосферного, сопровождающимся переводом CO_2 в газообразное состояние.

Однако образовавшийся в результате аэрогель может иметь трещины на поверхности и существенно деформироваться (усадка по кратчайшему направлению). Для объяснения этих эффектов предлагается следующая математическая модель процессов массопереноса внутри геля во время его сушки, учитывающая зависимость плотности ρ смеси CO_2 -этанол и коэффициента взаимной диффузии D от концентрации x этанола

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) = 0, \quad \rho \frac{\partial x}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla x = \operatorname{div}(\rho D \nabla x).$$

Здесь t – время, а \mathbf{u} – скорость конвективного переноса компонент смеси, вызванная изменением ρ . Плотность смеси предлагается определять экспериментально, а для коэффициента диффузии – использовать корреляцию Вигнеса [1]. Пористость принята равной единице.

Вычислительные эксперименты показали хорошее согласие модели с известными экспериментальными данными [2]. В результате была выдвинута гипотеза о том, что возникновение трещин на поверхности аэрогеля происходит еще на начальном этапе сушки, когда образуются большие градиенты давлений, пропорциональные в силу закона Дарси скорости \mathbf{u} ; в

результате хрупкий скелет аэрогеля разрушается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vignes A. *Diffusion in binary solutions* // I&EC Fundamentals. – 1966. – V. 5. – No 2. – P. 189–199.
2. Garcia-Gonzalez C. A., Camino-Rey M. C., Alnaef M., Zetzl C., Smirnova I. *Supercritical drying of aerogels using CO₂: Effect of extraction time on the end material textural properties* // J. Supercrit. Fluids. – 2012. – V. 66. – P. 297–306.

Л. А. Салахова

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
SalakhovaLA@gmail.com

ДВУСТОРОННЯЯ ОЦЕНКА ЕВКЛИДОВЫХ ГРАНИЧНЫХ МОМЕНТОВ ВЫПУКЛЫХ ТЕЛ

Пусть G – односвязная область на плоскости, $\rho(z, G)$ – расстояние от точки z до границы области G и $P(G)$ – жесткость кручения области G , т. е.

$$P(G) := 2 \iint_G u(x, y) dx dy,$$

где $u = u(x, y)$ – решение уравнения Пуассона $\Delta u = -2$ с граничным условием $u|_{\partial G} = 0$.

Рассмотрим геометрический функционал

$$I_q(G) = 2 \iint_G \rho(z, G)^q dx dy,$$

являющийся евклидовым моментом области G относительно ее границы порядка q .